Lista de Exercícios 1: em breve!

"Legibilidade única"

<u>Motivação</u>: Vimos 3 defs de "palavra". 2 recs & 1 não-rec.

Agora suponha que queiramos definir algo usando o conceito "palavras".

Ex: def 1: Uma palavra é ímpar se tem quantidade ímpar de letras. (não recursiva)

def 2: B) ε não é ímpar

R) $w = v \frown \langle x \rangle$ onde v é palavra e $x \in \Sigma$

já sei se é ímpar ou não!

- se v é ímpar, definimos: w não é ímpar

• se v não é ímpar, definimos: w é ímpar.

<u>def 3</u>:

B0) ε não é ímpar

B1) $\langle x \rangle$ é ímpar para qualquer $x \in \Sigma$

R) $w = u \wedge v$

• se ambas u, v são ímpares ou
" " " " não - "

então definimos: w é não-ímpar

- caso contrário, definimos: w é ímpar.

Potencial problema!!

Há palavras que podem ser construídas de formas diferentes!

Precisaríamos provar que o "resultado" da averiguação ímpar / não-ímpar não muda de acordo com a construção

Exemplo motivador 2:

<u>def 1</u>: A "idade" de uma palavra é dada recursiv.:

B) ε tem idade 0

R) $w = v \frown \langle x \rangle$ tem idade igual à idade de v mais 1

<u>def 2</u>: A "idade" de uma palavra é dada recursiv.:

B0) ε tem idade 0

B1) $\langle x \rangle$ " " 0

R) $w = u \frown v$

então a idade de w

é $1 + \max$(idade de u, idade de v)

Dia 0: ε

$\langle x \rangle$

Dia 1: palavras de tamanho 2

Dia 2: palavras de tamanho 3 e 4

Dia 3:

Calculando $\quad idade(\text{"Noruega"})$

$$= 1 + \max\Big(\underbrace{idade(\text{"Nor"})}_{x}, \underbrace{idade(\text{"uega"})}_{y}\Big) = *$$

$$x \overset{?}{=} 1 + \max\big(idade(\text{"No"}), idade(\text{"r"})\big)$$

$$= 1 + \max\Big(\Big[1 + \max\big(\underbrace{\cancel{idade(\text{"N"})}}_{0}, \underbrace{\cancel{idade(\text{"o"})}}_{0}\big)\Big], 0\Big)$$

$$= 2$$

$$y \stackrel{?}{=} 1 + \max(\underbrace{\cancel{\text{idade}(\text{"u"})}}_{1}, \underbrace{\cancel{\text{idade}(\text{"gra"})}}_{1})$$

$$= 2$$

Logo $* = 3$. :)

Mas fizemos escolhas...

$$\text{idade}(\text{"Nobrega"}) = 1 + \max(\text{idade}(\text{"Nobreg"}), \underbrace{\cancel{\text{idade}(\text{"a"})}}_{0})$$

idade("Nobreg") = 1+ max(idade("Nobre"), ~~idade("g")~~ 0)

⋮ várias contas

idade("Nobrega") = 7 :(

Moral da história: a definição simplesmente NÃO FUNCIONA.

Na verdade, a definição é sobre a construção da palavra, não sobre a palavra.

Recap última aula

• $a, b > 0$ (1) • $a > b$ (2) • $1 + \frac{a}{b} < \left(\frac{a}{b}\right)^2$ (3)

Seja $F: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ a "função de Fibonacci":

$$F(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n \leq 1 \\ F(n-2) + F(n-1), & \text{c.c.} \end{cases}$$

Prove que: $\forall n \in \mathbb{N} \left(F(n) < \left(\frac{a}{b}\right)^n \right)$.

Prova: B) $n=0$

$F(0)=0<1=\left(\frac{a}{b}\right)^0$

Hip 1

$n=1$

Hip 2

$F(1)=1<\left(\frac{a}{b}\right)^1$

pois $a>b$

I) Seja $n\geq 2$. Quero provar: $F(n)<\left(\frac{a}{b}\right)^n$

Supondo

HI) $\forall k<n\ \left(F(k)<\left(\frac{a}{b}\right)^k\right)$

Padrão problemático:

$$\underbrace{\underbrace{F(n)}\ < \left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

$$F(n-2) + F(n-1) < \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{n-2} + \left(\frac{a}{b}\right)^{n-1} < \left(\frac{a}{b}\right)^n$$ problema!!!

dividindo por $\left(\frac{a}{b}\right)^{n-2}$

$1 + a/b < (a/b)^2$, que é dado no enunciado!!!

Na verdade, para isso ser uma prova, temos que poder lê-la ao contrário!

Outro argumento:

$$F(n) = F(n-2) + F(n-1) \quad \text{pois } n \geq 2.$$

$$\overset{HI}{<} \left(\frac{a}{b}\right)^{n-2} + \left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^{n-2}\left[1+\frac{a}{b}\right]$$

Hip 3

$$< \left(\frac{a}{b}\right)^{n-2} \cdot \left[\frac{a}{b}\right]^{2}$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^{n}$$

$$F(n) < \left(\frac{a}{b}\right)^{n}$$

$\blacksquare$

— X —

Recursão / Indução

Lógica Proposicional

↳ ou " sentencial

↳ ou " de conectivos (LC)

↳ ou " "de ordem 0"

↳ ou " Booleana

O estudo de uma lógica em geral tem 3 partes 1) sintaxe 2) semântica 3) sistema dedutivo

- Sintaxe da Lógica Proposicional$_{LC}$

"quais expressões (palavras, 'frases', etc) podemos 'legalmente' escrever?"

– Alfabeto da LC

- Conectivos : $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
- Pontuação :) , (

símbolos lógicos

- símbolos/letras proposicionais : $p, q, r, \ldots$
$\in Prop$

↳ símbolos não lógicos

Assim, formalmente não há uma LC, mas sim, para cada escolha de $Prop \neq \emptyset$, a LC de Prop,
$LC(Prop)$

Exs de palavras (no sentido de LF) deste alfabeto:

$\neg$, $pq\rightarrow$, ε , $()$, $(p \rightarrow q)$

<u>def</u>: As <u>fórmulas</u> da LC são dadas recursivamente:

B) $p \in Prop$ é fórmula

$R\neg$) $(\neg \varphi)$ é fórmula, dada φ fórmula

$R*$) $(\varphi * \psi)$ é fórmula, dadas φ, ψ fórmulas

para qualquer $* \in \{\wedge, \vee, \to, \leftrightarrow\}$