Lista 8

Exercício 1.
Seja $(G, *)$ um grupo finito e seja $x \in G$. Mostre que $(H, *)$ é um subgrupo de G, onde H é o conjunto de todas as potências de x em $(G, *)$, i.e.,

$$H = \{x^n \,;\, n \in \mathbb{N}\} = \{x^0, x^1, x^2, x^3, \ldots\}.$$

Exercício 2.
Seja $(G, *)$ um grupo e seja H um subconjunto de G. Definimos a relação "equivalência módulo H" fazendo, para quaisquer $x, y \in G$,

$$x \equiv y \pmod{H} \quad \text{sse} \quad x * y^{-1} \in H,$$

onde y^{-1} é o inverso de y em G. Mostre que $(H, *)$ é um subgrupo de $(G, *)$ se, e somente se, esta relação é uma relação de equivalência.

Exercício 3.
Exercício 7 do Capítulo 8 do livro-texto (página 151).

Exercício 4.
Exercício 1 do Capítulo 9 do livro-texto (página 165).

Exercício 5.
Exercício 9 do Capítulo 10 do livro-texto (página 179)

Exercício 6.
Exercício 4 do Capítulo 11 do livro-texto (página 191)